

基于最优刚性图的能量有效分布式拓扑控制算法

罗小元¹, 闫彦霖¹, 郝丽娟¹, 李绍宝², 关新平³

(1. 燕山大学 电气学院, 河北 秦皇岛 066004; 2. 香港城市大学 制造工程及工程管理部, 香港;
3. 上海交通大学 电子信息与电气工程学院, 上海 201100)

摘要:针对现有无线传感器网络拓扑控制算法无法平衡各节点能量消耗的问题, 基于最优刚性图提出了一种具有平衡负载特性的能量有效分布式拓扑控制算法。算法引入综合反映能量消耗及剩余能量两方面因素的链路权值函数, 能够根据当前节点剩余能量实时地动态优化拓扑结构, 从而有效地平衡网络节点的能量消耗。从理论上证明了优化后的拓扑是 2- 连通的而且具有稀疏性; 同时优化后拓扑中各节点的平均度趋于 4。仿真结果表明, 与其他算法相比, 该算法能够有效地平衡各节点的能量消耗, 进而延长网络生命周期。

关键词: 无线传感器网络; 拓扑控制; 最优刚性图; 能量均衡

中图分类号: TP393

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2013)12-0001-10

Based on optimally rigid graph energy efficient distributed topology control algorithm

LUO Xiao-yuan¹, YAN Yan-lin¹, HAO Li-juan¹, LI Shao-bao², GUAN Xin-ping³

(1. Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China;
2. Department of Manufacturing Engineering and Engineering Management, City University of Hong Kong, Hong Kong, China;
3. School of Electronic and Electric Engineering, University of Shanghai Jiaotong, Shanghai 201100, China)

Abstract: To solve the problem that most of existing algorithms cannot balance energy consumption, the energy efficient distributed topology control algorithm (OREE) based on optimally rigid graph was presented. Through the link weight function reflecting both the energy consumption and residual energy of two end nodes, OREE builds a dynamic network topology that changes with the variation of node energy, and thus balances energy consumption of nodes. The topology derived under OREE is 2-connected and sparse was proved, and the average degree of nodes in the topology converges to four approximately. Furthermore, simulation results show that OREE can balance energy consumption of nodes efficiently compared with other algorithms, thereby extend the lifetime of networks.

Key words: wireless sensor network; topology control; optimally rigid graph; energy balancing

1 引言

无线传感器网络(WSN, wireless sensor network)由随机布撒在监测区域内大量依靠电池供电的传感器节点组成, 这些节点通常要在无人监管的情况下连续工作数月^[1]。由于传感器节点的体积限制, 可用能量必然有限, 从而对于无线传感器网络这种能量受限网络来说, 降低节点通信时的能量开销, 延长网络生

存期是无线传感器网络设计过程中的首要目标。

WSN 中节点之间信息交互都基于网络各节点间的链路结构。拓扑控制算法的任务就是依据给定的规则为各节点从物理邻居节点中选取合理的逻辑邻居节点进行通信, 从而保证在全局网络连通的条件下降低节点的传输功率, 有效地延长网络生命周期^[2]。按照拓扑构建方式, 算法分为集中式拓扑控制算法和分布式拓扑控制算法。集中式拓扑控制算法的实现依赖于

收稿日期: 2012-09-16; 修回日期: 2013-04-17

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(“973”计划)基金资助项目(2010CB731800); 国家自然科学基金资助项目(61074065, 61375105); 河北省自然科学基金资助项目(F2012203119)

Foundation Items: The National Basic Research Program of China (973 Program) (2010CB731800); The National Natural Science Foundation of China (61074065, 61375105); The Natural Science Foundation of Hebei Province (F2012203119)

全局信息的获得，因此网络可部署规模有限。在分布式拓扑控制算法中，各节点只需依据从其物理邻居节点获知的信息自主选择其逻辑邻居节点。典型算法有 LMST^[3]、CBTC^[4]、RNG^[5]、KNeigh^[6]、XTC^[7]、LSP^[2] 等。不管是哪种构建方式，它们的最终目标都是希望能够尽可能地降低节点的发射功率，从而最大限度地延长网络的生存期。

事实上，网络生存时间是由各个节点寿命共同决定的，其中每个节点的寿命会同时受到节点能量供应水平和能量消耗速率两方面的影响。对于网络中某个能量充沛的节点来说，即使通过它转发数据分组消耗的能量较少，但若其承担过重的任务量而不加平衡，那么它也将因超负荷使用而过早死亡。然而，现有的绝大多数算法将拓扑控制视为一个独立的问题，单纯以节点的发射功率为代价从几何角度出发优化网络结构，而未考虑节点业务量差异导致网络能耗不均衡所造成的影响^[8]。一般情况下，拓扑一经建立便始终保持不变，这限制了数据分组转发路径的可选范围，不利于网络生存期的延长。例如，经过 RNG 算法优化，图 1(a)中的网络将获得图 1(b)的拓扑结构。由图 1(b)易知，经过拓扑控制算法优化后拓扑复杂性明显降低，但不容忽视的一个问题是：冗余链路的删除使 A、B 2 个区域内节点间的任何信息交互都要经过节点 4、节点 6 的转发，使其成为瓶颈节点。节点 4、节点 6 因承担较重的业务量，必然加剧 2 个节点的能

量消耗。WSN 生命期通常定义为在传感器网络系统的流量路由过程中，最早因耗尽电池能量而失效的节点的生存时间^[9]。从而由于节点 4、节点 6 这类瓶颈节点的存在，拓扑控制反而将缩短网络的生存时间，这恰与拓扑控制的初衷相违背。

针对上述现有拓扑控制算法的局限性，本文提出了一种基于最优刚性图的能量有效分布式拓扑控制算法——OREE。算法综合考虑能量消耗及剩余能量两方面因素对网络生命期的影响，根据当前节点剩余能量，基于最优刚性图实时地动态优化拓扑结构。所构建的拓扑具有以下特性：1)拓扑是 2-连通的；2)拓扑具有稀疏性；3)拓扑中各节点的平均度趋于 4。此外，优化后的拓扑能够避免瓶颈节点的出现，这在很大程度上延长了网络生命期。

2 网络模型及基本定义

2.1 网络模型

现假定无线传感器网络的监测区域 M 为二维平面，在该区域上投放 N 个同质传感器节点，每个节点具有唯一的 ID 识别号，除此之外各个节点在物理结构、初始设置、功能特性、参数指标等方面不存在任何差异。节点通过全向天线与周围节点通信，本文采用规则无线传播模型，即天线最大传输半径均为 R 。任意节点的传输半径可以在 $0 \sim R$ 之间任意调节。下面给出一些本文所需的基本定义。

定义 1 (最大功率拓扑图) 具有 N 个节点的无线传感器网络没有进行拓扑控制，节点使用最大传输半径工作时所形成的拓扑 $G(v, e)$ 定义为最大功率拓扑，其中， $v = \{1, 2, \dots, N\}$ 为顶点集，节点间通信关系的边集用 $e = \{(i, j) \in v \times v : \|q_i - q_j\| \leq R\}$ 表示，其中， $\|\bullet\|$ 为欧几里得范数， R 为节点的最大传输半径。

定义 2 (物理邻居节点集合和逻辑邻居节点集合) 任意一个节点 i 的物理邻居定义为在最大功率拓扑中与节点 i 存在通信链路的节点，即 $N_i^p = \{u | (i, u) \in e\}$ ；逻辑邻居节点为经过 OREE 优化后，仍然与节点 i 有通信关系的节点。显然，逻辑邻居节点集合 N_i^l 是物理邻居节点集合 N_i^p 的子集，即 $N_i^l \subseteq N_i^p$ 。

定义 3 (k 连通) 如果图 G 中任意 2 个顶点 $\forall i, j \in v$ ，节点 i 到节点 j 都至少有 k 条路径，或者说删除 $k-1$ 条边，节点 i 与节点 j 仍连通，则图 G 是 k

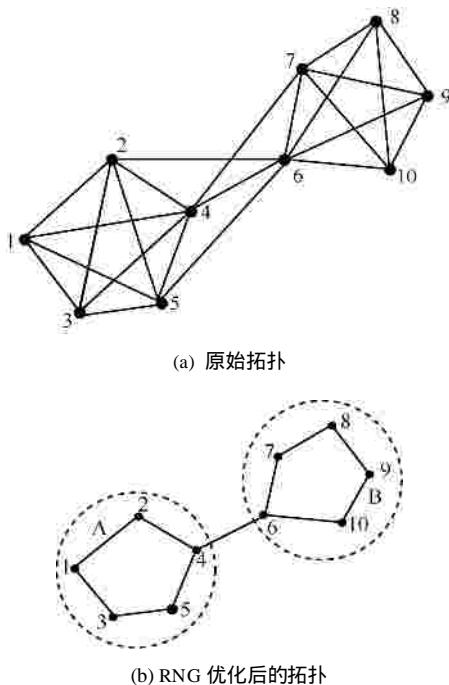


图 1 拓扑控制算法优化后网络拓扑结构示例

连通的。

定义 4 (稀疏性)^[10]若经过拓扑控制算法优化后, 拓扑中连接总数与网络节点数为线性关系, 则这个拓扑具有稀疏性。

本文引入在文献[11]中使用的无线传感器网络低能量无线电能量耗散模型。在这个模型中, 发射机消耗能量运行无线电设备和能量放大器, 同时接收机消耗能量运行无线电设备。能量衰减取决于发射机与接收机之间的距离 d 。对于相对较短的传输距离, 传输能量消耗反比于 d^2 。因此, l bit 信息传输 d 距离的能量耗散为

$$E_{Tx}(l, d) = E_{Tx-elec}(l) + E_{Tx-amp}(l, d)$$

$$E_{Tx}(l, d) = E_{elec} + l e_{friss-amp} d^2$$

接收这些信息的能量耗散为

$$E_{Rx}(l, d) = E_{Rx-elec}(l)$$

$$E_{Rx}(l, d) = l E_{elec}$$

设备消耗能量 E_{elec} 取决于多种因素, 如数字译码、调制以及到达传输放大器之前的信号滤波。另外, 参数 $e_{friss-amp}$ 取决于接收强度和接收噪声值。

2.2 最优刚性图

为了方便后文分析, 首先介绍 2 个重要的概念: 刚性图 and 最优刚性图。如果一个图中对部分边的长度限制足以保持整个构型, 则这个拓扑图被称为刚性图。换句话说, 在刚性图中, 任何一个顶点的运动都不会破坏整个图的形状^[11]。如果一个图不是刚性的, 则称其为可变形的^[12]。图 2(a)、图 2(b)所示为可变形图、刚性图。在刚性图中, 每个顶点至少要有两条邻接的边^[13]。

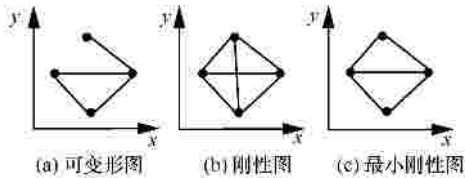


图 2 可变形图与刚性图

另外 2 个重要的概念是最小刚性和无穷小刚性。如果一个刚性图中任意一条边的缺失都会使图变成可变形图, 那么这个图就是最小刚性图。显然, 最小刚性图一定是刚性图。图 2(c)所示为最小刚性图。给定一个具有 N 个顶点的拓扑结构 $G(v, e(t))$, 顶点位置为 $q_i(t) \in \mathbb{R}^n, i = 1, 2, \dots, N$, 假设 $q_i(t)$ 为顶点 i 的可微函数。如果对任意 $(i, j) \in e(t)$, 满足

$\|q_i(t) - q_j(t)\| = d$ (其中, d 为正常量), 且 $(q_i(t) - q_j(t))^T \times (\dot{q}_i(t) - \dot{q}_j(t))|_{t=0} = 0$, 则 $\dot{q} = (\dot{q}_1, \dots, \dot{q}_N)$ 为这个拓扑结构的无穷小变形。如果这个结构的无穷小变形是刚性移动的结果, 则这个无穷小变形是平凡的。如果一个构型只包含平凡的无穷小变形, 这个构型则被称为是无穷小刚性的^[13]。

下面介绍一个关于刚性图的重要矩阵。首先, 按以下顺序排列顶点坐标

$$\{q_1^1, \dots, q_1^n, q_2^1, \dots, q_2^n, \dots, q_N^1, \dots, q_N^n\}$$

然后, 建立一个矩阵 $\bar{M} \in \mathbb{R}^{k \times Nn}$, 其行与列分别对应边和顶点的坐标。例如, \bar{M} 矩阵中对应边 $(i, j) \in R^2$ 的行为

$$p_i^1 p_i^2 \dots p_j^1 p_j^2 \dots p_N^1 p_N^2$$

$$(i, j) \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & p_i^1 - p_j^1 & p_i^2 - p_j^2 & \dots & p_j^1 - p_i^1 & p_j^2 - p_i^2 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

这样的矩阵 \bar{M} 称为刚性矩阵。

以下给出的引理说明了刚性矩阵与无穷小刚性图、最小刚性图之间的关系。

引理 1^[14] \bar{M} 为 n 维平面中具有 N 个顶点的图的刚性矩阵。这个图是无穷小刚性的, 当且仅当

$$\text{rank}(\bar{M}) = 2N - 3$$

引理 2^[15] 顶点数为 $N (N \geq 2)$ 且边数为 $2N - 3$ 的无穷小刚性结构图 $G(v, e)$ 是最小刚性图。

考虑一个具有加权边的无向刚性图, 则可定义最优刚性图如定义 5 所示。

定义 5^[15] 一个结构是最优刚性图当其拓扑图满足:

- 1) 拓扑图是无穷小刚性的;
- 2) 拓扑图的边的加权和是所有由相同顶点组成的刚性图中最小的。

由定义 5 可知, 最优刚性图首先是通信复杂度最小的刚性图, 删除不属于最优刚性图的链接, 这在实际中体现在减少网络中节点间不必要的通信消耗, 自然达到了拓扑控制的首要目的。其次, 最优刚性的边的加权和是所有由相同顶点组成的刚性图中最小的, 若将节点间的权值函数定义为节点之间的距离, 这意味着最优刚性图是拓扑维持在刚性架构下消耗能量最少的刚性图。但是研究表明, 节点剩余能量对网络生命期的影响也不容忽视, 在某些情况下甚至起决定性的作用。基于以上分析, 在 3.1 节中, 本文将提出一种综合反映能量消耗及

剩余能量两方面因素的链路权值函数。

下面的引理给出了刚性图和最优刚性图的重要性质。

引理 3^[16] 对于图 $G(v, e)$, 如果任意顶点 $i \in v$ 与其所有邻接顶点 $N_i (|N_i| \geq 2)$ 均组成最优刚性图 $G'(v', e')$, 其中 $v' = \{i, N_i\}$, $e' \subseteq e$, 则图 $G(v, e)$ 是刚性图。

引理 3 表明可以通过分布式的方法生成刚性图。

引理 4^[16] 如果刚性图 $G(v, e)$ 的一个子图 $G'(v', e')$ 由任意其他刚性图子图 $G''(v'', e'')$ 替代, 则得到的图仍是刚性的。

引理 5^[14] $G_i (i = 1, L, n)$ 表示由顶点 i 与其所有邻接顶点组成的最小加权刚性图, $G(V, E) = \bigcup_{i=1, L, n} G_i$, $G_{opt}(V, E_{opt})$ 表示生成的全局最小加权刚性图, 则有如下结论:

- 1) $e \notin E_{opt}$, 如果对于 2 个顶点 $k, l \in G_i, G_j$, 有 $e = (k, l) \in G_j$, 但 $e \notin G_i$;
- 2) 删除满足条件 1) 的所有边得到的图是最小加权刚性图 $G_{opt}(V, E_{opt})$ 。

3 OREE 算法

基于最优刚性图的能量有效分布式拓扑控制算法 OREE 由算法 1 给出, 主要由信息交互(1~5)、链路权值计算(6和 7)、拓扑构建(8~24)、功率调整(25)4 个阶段构成。

算法 1 OREE 算法

输入: $G(v, e)$, a

输出: $P_i (i = 1, L, N)$

任意节点 $i \in v$

- 1) 初始化节点 i 的邻居列表 $Inlist_i$, 集合 e'_i 为空;
- 2) 节点 i 以最大传输半径广播 Hello 消息;
- 3) While 节点 i 收到来自节点 u 的 Hello 消息 do
- 4) 节点 i 将链路 (i, u) 的基本信息写入 $Inlist_i$
- 5) end while
- 6) 根据权值公式计算节点 i 与其邻居 N_i 之间通信链路即邻居信息列表中所有链路对应的权值;
- 7) 将 $Inlist_i$ 中各行按照链路权值升序排列;
- 8) 根据上述序列建立子图的刚性矩阵 M_i ;
- 9) 初始化 M_i , 令 $M_i = M_i(1)$;
- 10) for $j = 1: size(Inlist_i, 1)$

11) if $rank(M_i) \geq 2(|N_i| + 1) - 3$

12) $M_i = \begin{bmatrix} M_i \\ M_i(j+1, :) \end{bmatrix}$;

13) if M_i 是满秩

14) 记录此行对应的边于集合 e'_i 中;

15) end

16) end

17) end

18) for $l = \{N_i, i\}$

19) for $k = \{N_i, i, k \neq l\}$

20) if $(l, k) \in e'_i$

21) 删除所有在 $e'_q (q \in i \cup N_i)$ 中记录的 (l, k) ;

22) end

23) end

24) end

25) $P(i) = \max \{ P(i, u) | u \in N_i \}$;

3.1 信息交互

网络拓扑的优化建立在获取邻居节点基本信息的基础上, 各节点通过周期性地以最大功率 P_{max} 广播 Hello 消息来实现这一目标。Hello 消息中主要包括节点的位置信息、ID 号及当前时刻的剩余能量。每个节点都根据接收到的 Hello 消息建立一个自己的邻居信息列表 $Inlist$, 格式如表 1 所示。

表 1 节点 i 的邻居信息

节点 i 的邻居信息	
nid	
E	
E_{cost}	
C_{ij}	

其中, nid 为邻居节点的 ID ; E 为邻居节点当前时刻的剩余能量 ; E_{cost} 为邻居间直接通信所需要的能量 ; C_{ij} 为各链路的权值, 权值由下文中定义的权值函数计算得出。

3.2 链路权值计算

为了能够有效地延长网络的生存期, 链路的选取不仅应考虑数据收发过程中的能量消耗, 还应考虑通信双方当前的剩余能量状况。监测任务的初期, 节点能量充足, 链路的选取应以传输过程中的能量消耗为主导, 构建端到端路径能量消耗较小的网络结构。然而, 随着监测任务执行时间的加长,

各个节点能量逐渐减少。此时，链路的构建应更多考虑节点的剩余能量状况。节点的剩余能量越少，与之关联的链路权值应当越高，被选为保留链路的概率越低，这样能减少剩余能量较少的节点承担过多的中继任务。基于上述考虑，网络中任意 2 个具有邻接关系的节点 i 、节点 j 无线链路 $(i, j) \in e$ ，定义其权值函数为

$$C_{ij} = \frac{E_{\cos t_{ij}}}{E_i^a + E_j^a} \quad (1)$$

其中， $E_{\cos t_{ij}}$ 为节点 i 、节点 j 间直接通信所需要的能量，其可以由 2.1 节中引入的能量耗散模型计算得到，位于邻居信息列表中第三列； E_i 、 E_j 分别为节点当前剩余能量，位于邻居信息列表中的第四列； a 为大于 1 的正常数。选取的 a 值与节点剩余能量对权值的影响成正比，即 a 值越大，能量均衡性越好，通过调节 a 可以满足不同能量均衡性的需求。

网络中各节点经信息交换之后，根据接收到的信息按照式 (1) 计算出与之存在通信关系的链路权值，同时记录在邻居信息列表对应的位置，这样每个节点的邻居信息列表都记录了其所有邻居节点的基本信息，各节点将根据这些信息按照 3.3 节提出的方法构建拓扑。

3.3 拓扑构建

在引入综合反映能量消耗及剩余能量两方面因素的链路权值函数的基础上，根据 2.2 节中的引理 3~引理 5 和文献[16]中提出的分布式最优刚性图算法，构建具有良好特性的拓扑结构，具体参见算法 1 中的 8) ~24)。

$$(i, j) \left[\begin{array}{cccc|ccc} p_1^1 & p_1^2 & L & p_i^1 & p_i^2 & L & p_j^1 & p_j^2 & L & p_N^1 & p_N^2 \\ \hline 0 & 0 & L & \frac{p_i^1 - p_j^1}{\|p_i^1 - p_j^1\|} C_{ij}^1 & \frac{p_i^2 - p_j^2}{\|p_i^2 - p_j^2\|} C_{ij}^2 & L & \frac{p_j^1 - p_i^1}{\|p_i^1 - p_j^1\|} C_{ij}^1 & \frac{p_j^2 - p_i^2}{\|p_i^2 - p_j^2\|} C_{ij}^2 & L & 0 & 0 \end{array} \right]$$

其中， $\|\cdot\|$ 为欧几里得范数； C_{ij}^1 、 C_{ij}^2 分别是二维空间中 X 、 Y 方向的权值。

$$M_1 = \begin{matrix} & p_1^1 & p_1^2 & p_2^1 & p_2^2 & p_3^1 & p_3^2 & p_4^1 & p_4^2 \\ \begin{matrix} (1,2) \\ (1,3) \\ (2,3) \\ (2,4) \\ (3,4) \\ (1,4) \end{matrix} & \left[\begin{array}{cccc|ccc} -3 \times 10^{-8} & 0 & 3 \times 10^{-8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 \times 10^{-8} & 0 & 0 & 0 & 3 \times 10^{-8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \times 10^{-8} & -3 \times 10^{-8} & -3 \times 10^{-8} & 3 \times 10^{-8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \times 10^{-8} & -6 \times 10^{-8} & 0 & 0 & 3 \times 10^{-8} & 6 \times 10^{-8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -6 \times 10^{-8} & -3 \times 10^{-8} & 6 \times 10^{-8} & 3 \times 10^{-8} \\ -6 \times 10^{-8} & -6 \times 10^{-8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \times 10^{-8} & 6 \times 10^{-8} \end{array} \right] \end{matrix}$$

为了更加明确地阐述 OREE 算法，下面举例说明拓扑构建过程。节点 1 与其邻居节点组成的子图如图 3(a)所示，各节点的位置坐标已在图中标出，作者利用 2.1 节中的能量耗散模型计算网络的通信能量消耗。这里将参数设定为 $E_{elec} = 50 \text{ nJ/bit}$ ， $e_{friss-amp} = 10 \text{ pJ/bit/m}^2$ ， $l = 1000 \text{ bit}$ ，同时，为简便起见假设各节点当前时刻的剩余能量为 1，表 2 列出了当前时刻各条链路的权值。

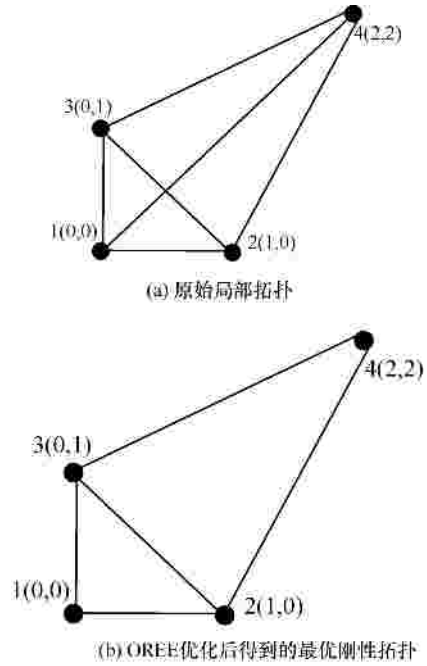


图 3 节点 1 与其邻居组成的局部拓扑

由于本文提出的权值函数为大于 0 的常数，考虑到刚性矩阵中元素具有符号性，因此将 2.2 节中的刚性矩阵 \bar{M} 对应边 (i, j) 的行扩展为如下定义：

将 $Inlist_i$ 中各行按照链路权值升序排列之后，根据算法 1 中 8) 的描述构建图 3(a)所示结构的刚度矩阵 M_1 为

初始化最优刚性指示矩阵 $M_1 = M_1(1)$ ，按上下顺序每次添加一行组成新的矩阵，计算此矩阵的秩。如果满秩，则添加下面一行组成新的矩阵，

$$M_1 = \begin{matrix} & p_1^1 & p_1^2 & p_2^1 & p_2^2 & p_3^1 & p_3^2 & p_4^1 & p_4^2 \\ \begin{matrix} (1,2) \\ (1,3) \\ (2,3) \\ (2,4) \\ (3,4) \end{matrix} & \begin{bmatrix} -3 \times 10^{-8} & 0 & 3 \times 10^{-8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 \times 10^{-8} & 0 & 0 & 0 & 3 \times 10^{-8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \times 10^{-8} & -3 \times 10^{-8} & -3 \times 10^{-8} & 3 \times 10^{-8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \times 10^{-8} & -6 \times 10^{-8} & 0 & 0 & 3 \times 10^{-8} & 6 \times 10^{-8} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -6 \times 10^{-8} & -3 \times 10^{-8} & 6 \times 10^{-8} & 3 \times 10^{-8} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

时， M_1 为秩为 5 的满秩矩阵，所以，由边 (1,2)、(1,3)、(2,3)、(2,4)、(3,4) 组成的图是节点 1 与其邻居节点组成的局部最优刚性图(如图 3(b)所示)。

表 2 示例拓扑链路权值

链路	权值
(1,2)	3×10^{-8}
(1,3)	3×10^{-8}
(1,4)	6.5×10^{-8}
(2,3)	3.5×10^{-8}
(2,4)	5×10^{-8}
(3,4)	5×10^{-8}

基于这种分布式的构建方式，最终 OREE 算法生成由监测区域内的全部节点以及节点独立确定的逻辑链路组成的拓扑，即 $G_0(v_0, e_0)$ 。

3.4 功率调整

在算法的最后阶段，节点 i 调整其发射功率，以降低传输时的能量消耗。通常有每分组调整和周期性调整 2 种功率调整机制。OREE 算法采取周期性功率调整机制。选取周期性调整机制考虑到 2 个原因，首先每分组调整这种方法要求节点根据分组的传输情况频繁地调整发射功率，不易在软硬件平台基础之上实现^[14,17]。其次，OREE 算法充分考虑了节点剩余能量对网络生命期的影响，实时动态地优化拓扑，最大化地延长网络生命期，动态地调整发射功率是达到这一期望目标的桥梁，同时，节点能量的消耗积累到一定时间才会对链路权值产生明显影响，相较而言，周期性调整机制效率更高。网络节点使用同一传输功率保持与所有逻辑邻节点间的链路，并根据网络拓扑状态的变化做周期性的调整。每次调整时，节点 i 将发射功率设置为能够覆盖所有逻辑邻节

否则去掉此行，添加下面一行。直到获得秩为 $2(|N_1| + 1) - 3$ 的满秩矩阵。因为图 3(a)中的最优刚性图的边数为 $2 \times 4 - 3 = 5$ ，当 M_1 为

点所需要的最小功率，即：

$$P(i) = \max \{ P(i,u) | u \in N_i^1 \}$$

4 OREE 算法分析

本节将对 OREE 算法构建的网络拓扑的一些特性进行理论分析和证明。由监测区内 N 个节点构成的最大功率拓扑图为 $G(v, e)$ ，执行分布式拓扑控制算法 OREE 后构建的拓扑为 $G_0(v_0, e_0)$ 。

定理 1 给定具有刚性特性的初始网络 $G(v, e)$ ，OREE 算法对其优化所生成拓扑 $G_0(v_0, e_0)$ 有以下性质：

- 1) 拓扑是 2-连通的；
- 2) 拓扑具有稀疏性；
- 3) 拓扑中各节点的平均度趋于 4。

证明 对于具有刚性特性的初始网络 $G(v, e)$ ，经过 OREE 算法的优化之后生成的拓扑 $G_0(v_0, e_0)$ 是最优刚性图。根据刚性图其中的一个性质：每个节点都至少有两边，从中很容易得出 $G_0(v_0, e_0)$ 中任意 2 个节点间至少有两边路径，即 $G_0(v_0, e_0)$ 是 2-连通的。性质 1) 证毕。

由最优刚性图的定义可知，最优刚性图首先是最小刚性图，显然由引理 2 可知，最优刚性图 $G_0(v_0, e_0)$ 有 $2N - 3$ 条边，因此经过 OREE 拓扑控制算法优化后的拓扑 $G_0(v_0, e_0)$ 的连接总数 $2N - 3$ 与网络节点数 N 成线性关系，这完全符合稀疏性的定义，故 $G_0(v_0, e_0)$ 具有稀疏性。性质 2) 证毕。

现在证明性质 3)，图 $G_0(v_0, e_0)$ 中各节点的平均度表示为 $Deg_a(G_0)$ 。由上文分析，最优刚性图 $G_0(v_0, e_0)$ 有 $2n - 3$ 条边。根据文献[18]中的一个图中顶点与边数的关系，即图中顶点的度之和是边数的两倍，可以得到

$$Deg_a(G_0) = \frac{2(2n-3)}{n} = 4 - 6/n \quad (2)$$

从式(2)中可以明显看出,随着节点数目 n 的增大, $Deg_a(G_0)$ 逐渐趋近于 4。性质 3)证毕。

命题 1 OREE 算法能够避免因对冗余链路的剔除而产生瓶颈节点。

证明 通过反证法证明该命题。假设命题 1 不成立,即对于给定具有刚性特性的初始网络 $G(v,e)$, OREE 算法对其优化所生成的最优刚性拓扑 $G_0(v_0,e_0)$ 产生了瓶颈节点,这意味着监测区域中的节点产生分区现象,各子区域之间的信息交互只能通过其子区域内的某个节点,这个节点即是瓶颈节点。简便起见,假设监测区域因冗余链路的剔除被划分为 A、B 2 个区域,如图 4 所示,节点 4 和节点 6 为执行 OREE 算法产生的瓶颈节点,图中省略了子区域内节点间的通信链路。由于 A、B 间只存在一条边,很明显地看出,图 4 中所示的结构是可变形的,这与经 OREE 优化后的拓扑为最优刚性图相矛盾,假设不成立,因此命题 1 得证。

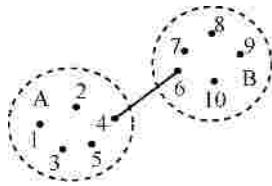


图 4 网络拓扑示例

5 仿真实验

为了验证算法的有效性,本节将在 MATLAB 平台上分别在典型场景和随机场景下对 OREE 算法进行仿真。考虑 XTC 算法是一种从实际角度出发设计的拓扑控制算法,满足分布式构建、网络拓扑连通、通信链路对称等特性,故主要将 OREE 算法与 XTC 算法进行比较。同时,为了表明拓扑控制机制的有效性,还给出了不经拓扑控制优化的最大功率(max power)网络的性能。

每个节点的最大通信半径和初始能量相同,分别为 $R=12\text{ m}$, $E_i=1\text{ J}$ 。这里采用 2.1 节中的能量耗散模型计算网络无线通信能量耗散,将参数设定为: $E_{\text{elec}}=50\text{ nJ/bit}$, $e_{\text{friss-amp}}=10\text{ pJ/bit/m}^2$, 仿真中统一采用文献[19]提出的分布式能量均衡路由机制 DEBR (distributed energy balanced routing)为数据

分组选择传输路径。每个数据分组大小 $l=50\text{ byte}$ 。同时选取 $a=2$ 进行仿真。

5.1 典型场景

如图 5(a)所示的典型网络场景的物理配置如表 3 所示。仿真开始后,源节点 5 连续向目的节点 17 发送数据分组,用 T 表示仿真开始到当前时刻源节点发送的数据分组个数,当网络中第一个节点死亡时,网络生命期结束,仿真停止。图 5(b)~图 5(d)分别是经过 XTC 算法和 OREE 算法优化后的拓扑。从图 5 中易知,XTC 算法和 OREE 算法均能有效地简化网络拓扑结构,并保证网络拓扑的连通性。但是由于 XTC 算法仅考虑数据收发过程中的能量消耗,其所构建的拓扑始终保持不变。故网络中个别节点(如节点 6、节点 13)一直作为中继节点转发数据分组,能量不间断消耗,必然出现过早死亡的情况。而 OREE 算法能够根据当前节点的剩余能量动态调整拓扑结构。在仿真初期,各节点能量充足,拓扑保留了能量消耗较少的链路(如图 5(c)所示)。但随着某些节点(图 5(c)中节点 6、节点 11、节点 12、节点 13)因承担较多中继任务而导致能量急剧下降时,OREE 算法在构建拓扑时会适当保留一些长链路(如图 5(d)所示),以避免能量消耗过快的节点承担过多的转发任务,从而达到平衡网络能量耗散的目的。

表 3 典型场景下的参数设置

区域	初始能量/J	通信半径/m	节点数目
20;10	1	8	21

图 6 给出了基于 2 种不同的拓扑控制算法,节点 1、节点 6、节点 13、节点 19 的剩余能量的变化曲线。尽管 DBER 算法有平衡负载的作用,但是基于 XTC 算法,节点 6 和节点 13 是源节点和目的节点间传送数据分组必经的中继节点,相比之下,它们的能量消耗很快。从图中易知,当传送第 120 个数据分组时,节点 6 能量耗尽,网络生命到期,然而节点 1、节点 13、节点 16 还有较多剩余能量。相比之下,OREE 算法通过引入综合反映能量消耗及剩余能量两方面因素的链路权值函数与动态地调整节点传输功率这 2 种策略,当传送第 440 个数据分组时,各节点还依然保有一定基本相同的剩余能量,这说明,OREE 算法能够有效地平衡负载,进而较大程度地延长了网络生命期。

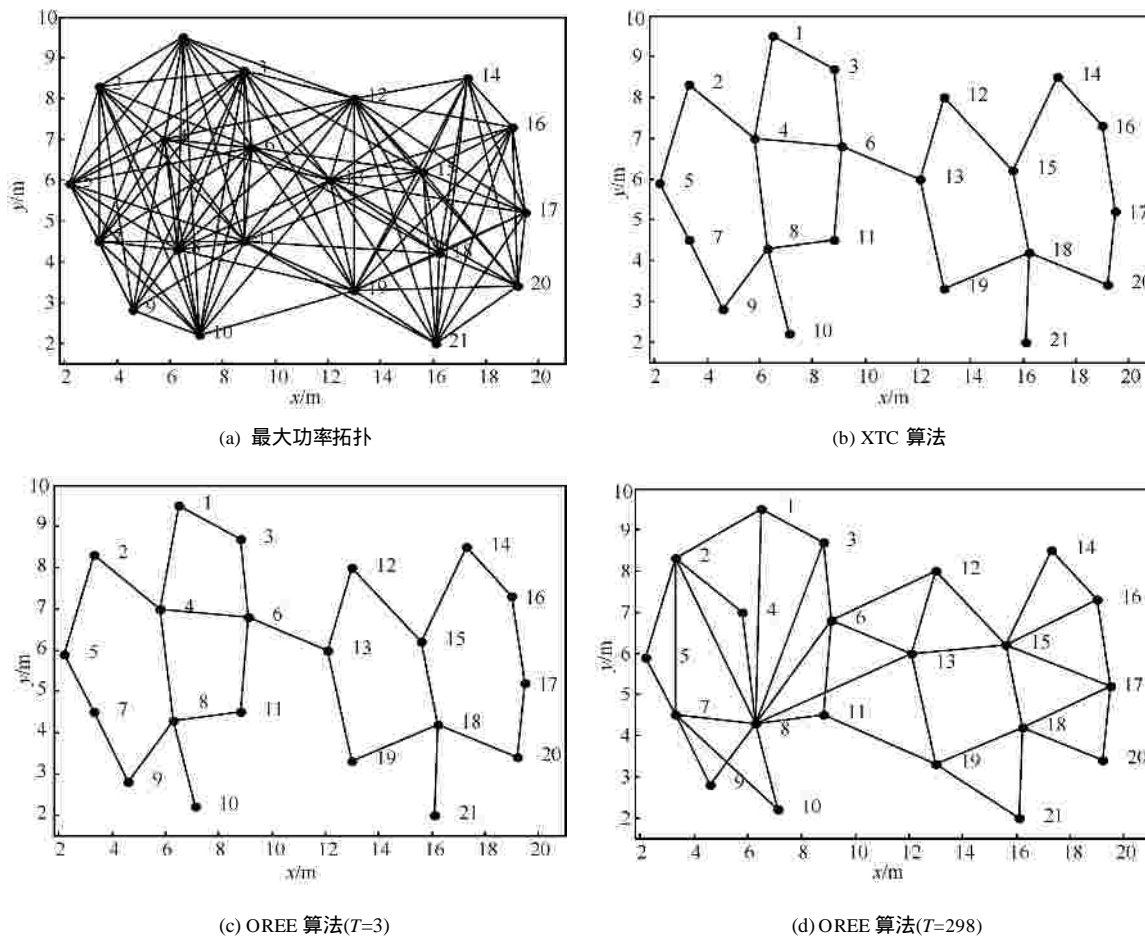


图 5 典型场景下的网络拓扑结构

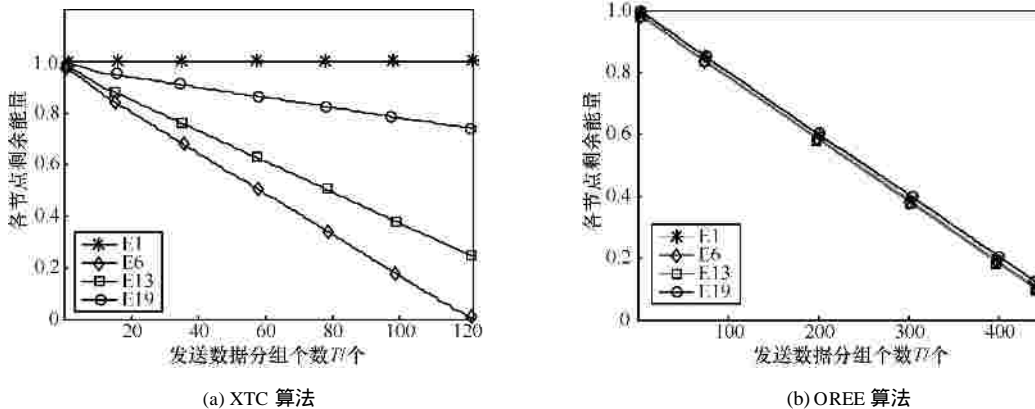


图 6 典型场景下节点 1、节点 6、节点 13、节点 19 的剩余能量

图 7 给出了各时刻网络节点剩余能量的方差。通常方差用来衡量随机变量与其均值的偏离程度，对于各时刻网络节点剩余能量而言，方差衡量了网络中各节点能量消耗均衡性的好坏。从图 7 中可以明显地看出，采用 OREE 算法的网络各节点剩余能量的方差一直保持在很低的水平(小于 0.002)且变化平稳；而采用 XTC 算法的网络各节点剩余能量的方差随着任务的进行继续剧烈增长，当网络

生命结束时，方差已高达 0.096。这足以说明 OREE 算法的能量均衡性明显优于 XTC 算法。

5.2 随机场景

首先在 $100\text{ m} \times 100\text{ m}$ 的区域内随机部署 110 个节点，各节点最大传输距离是 18，图 8 给出了最大功率拓扑图和分别执行 XTC 算法、OREE 算法得到的拓扑图。可以直观地看出：应用这 2 种拓扑控制算法均能明显地降低拓扑复杂性，但在图 8(b)中，

一些节点(矩形标注)只有一个逻辑邻居节点,而图 8(c)中,OREE 算法生成的拓扑为 2-连通的,这恰恰验证了定理 1 中性质 3)的正确性。OREE 通过删除冗余链路减少能量耗散的同时保证了优化后拓扑的顽健性,即实现了减少能耗与保持顽健性的兼顾。

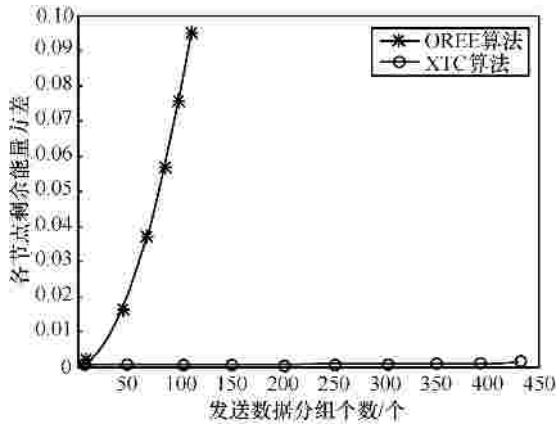


图 7 典型场景下各时刻网络节点剩余能量方差

无线传感器网络中,节点度即与节点直接通信的邻居个数。过高的节点度意味着传播信号之间的干扰和冲突严重,数据分组可能需要多次反复重发而消耗大量不必要的能量;当节点度过低时,端到端之间的通信需要更长的传输路径,导致全网的能耗增加。图 9 给出了在 100 m×100 m 区域内,分别部署 50、100、150、200、250、300 个节点时,各节点执行不同算法 50 次得到的平均节点度的变化情况。可以看出,随着网络中节点数量的增加,无拓扑控制算法的网络平均节点度呈线性增长;虽然 XTC^[7]算法构建的网络拓扑平均节点度随节点数目变化趋势相对平稳,但当节点密度很大(如 300)时,平均节点度仍然仅为 2.896,链路过于稀疏;OREE 算法构建的网络拓扑平均节点度收敛于稳定值 4,保留了较为合理的链路数量,这有助于算法在执行时屏蔽如节点密度等一类不良因素的影响,构建的拓扑具有独立性和可预测性。

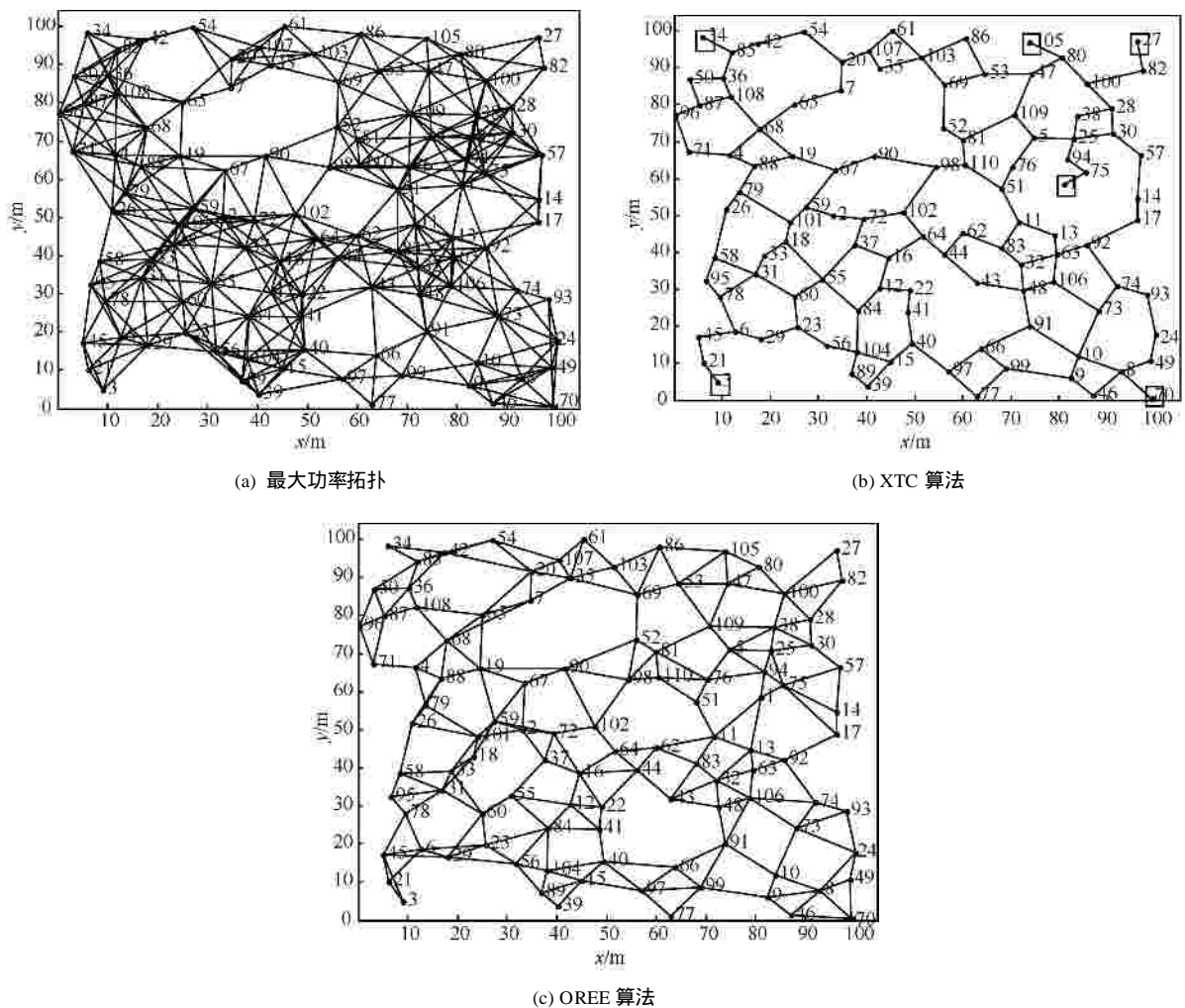


图 8 随机场景下网络拓扑结构

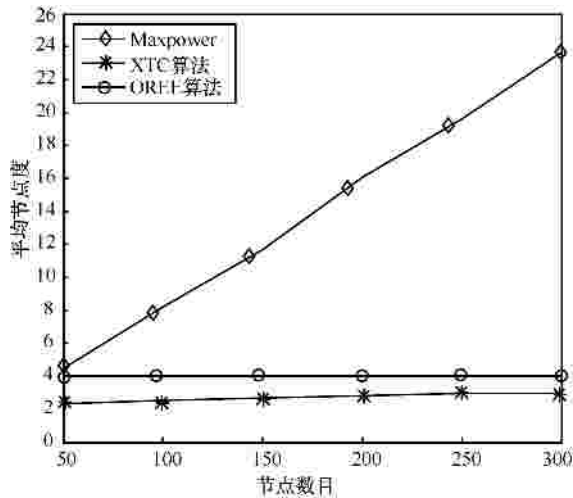


图 9 随机场景下平均节点度对比

6 结束语

针对现有拓扑控制算法无法平衡各节点能量消耗的问题,本文基于最优刚性图提出一个分布式拓扑控制算法——OREE,算法通过引入综合反映能量消耗及剩余能量两方面因素的链路权值函数与动态地调整节点传输功率这 2 种策略,有效地平衡网络节点的能量消耗。仿真实验表明,OREE 算法能够很大程度上延长了网络生命期,同时实现了减少能耗与保持顽健性的兼顾。

参考文献:

- [1] KADIVAR M, SHIRI M E, DEGHAN M. Distributed topology control algorithm based on one-and two-hop neighbors' information for ad hoc networks[J]. *Computer Communication*, 2009, 32(2):368-375.
- [2] SHEN Y, CAI Y Z, XU X M. Shortest-path-based topology control algorithm in wireless multihop networks[J]. *ACM SIGCOMM Computer Communication Review*, 2007, 37(5):29-38.
- [3] BURKHART M, RICKENBACH P V, WATTENHOFER R, *et al*. Does topology control reduce interference[A]. *Proceedings of ACM MobiHoc04[C]*. Lausanne, 2004. 9-19.
- [4] LOYD E L, LIU R, MARATHE M V, *et al*. Algorithmic aspects of topology control problems for ad hoc networks[J]. *Mobi Networks and Applications*, 2005, 10(1-2):19-34.
- [5] TOUSSAINT G T. The relative neighborhood graph of a finite planar set[J]. *Pattern Recognition*, 1980, 12(4):261-268.
- [6] BLOUGH D, LEONCINI M, RESTA G, *et al*. The k -neighbors protocol for symmetric topology control in ad hoc networks[A]. *Proceedings of the 4th ACM International Symposium on Mobile Ad Hoc Networking & Computing[C]*. New York, USA, 2003.141-152.
- [7] WATTENHOFER R, ZOLLINGER A. XTC: a practical topology control algorithm for ad-hoc networks[A]. *Proceedings of 18th International on Parallel and Distributed Processing Symposium[C]*. Santa Fe, NM, USA, 2004.1-8.
- [8] SANTI P. Topology control in wireless ad hoc and sensor networks[J]. *ACM Computing Surveys*, 2005, 37(5):164-194.

- [9] 刘林峰, 金杉. 无线传感器网络的拓扑控制算法综述[J]. *计算机科学*, 2008, 35(3):6-12.
LIU L F, JIN S. Survey on topology control algorithm in wireless sensor networks[J]. *Computer Science*, 2008, 35(3):6-12.
- [10] ZHANG G Q, ZHANG Z L, FAN J X. A locally-adjustable planar structure for adaptive topology control in wireless ad hoc networks[J]. *IEEE Transactions Parallel and Distributed Systems*, 2010, 21(10): 1387-1397.
- [11] LUO X Y, LIU D, ZHANG F, *et al*. Flocking in target pursuit for multi-agent systems with partial informed agents[J]. *IET Control Theory Application*, 2012, 6(4):560-569.
- [12] HENDRICKX J M, FIDAN B, YU C, *et al*. Formation reorganization by primitive operations on directed graphs[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2008, 4(53):968-979.
- [13] SMITH B, EGERSTEDT M, HOWARD A. Automatic generation of persistent formations for multi-agent networks under range constraints[J]. *Mobile Networks and Application*, 2009, 14(3):322-335.
- [14] TIAN Y, SHENG M, ZHANG J D, *et al*. Energy-aware self-adjusted topology control algorithm for heterogeneous wireless ad hoc networks[A]. *Global Telecommunications Conference[C]*. Hawaii, USA, 2009. 1-6.
- [15] LUO X Y, LI S B, GUAN X P. Automatic generation of min-weighted persistent formations[J]. *Chinese Physics B*, 2009, 18(8):3104-3114.
- [16] REN R, ZHANG Y Y, LUO X Y. Automatic generation of optimally rigid formations using decentralized methods[J]. *International Journal of Automation and Computing*, 2010, 7(4):557-564.
- [17] TAY T S, WHITELEY W. Generating isostatic frameworks[J]. *Structural Topology*, 1985, 11:21-69.
- [18] 王朝瑞. 图论[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2005.15-17.
WANG C R. *Graph Theory[M]*. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2005.15-17.
- [19] OK C S, LEE S, MITRA P. Distributed energy balanced routing for wireless sensor networks[J]. *Computers & Industrial Engineering*, 2009, 57(1):125-135.

作者简介:



罗小元(1976-),男,江西吉安人,燕山大学教授,主要研究方向为无线传感器网络拓扑控制算法、多智能体协调控制等。

闫彦霖(1986-),女,河北石家庄人,燕山大学硕士生,主要研究方向为无线传感器网络拓扑控制算法。

郝丽娟(1986-),女,河北保定人,燕山大学硕士生,主要研究方向为无线传感器网络通信协议设计。

李绍宝(1984-),男,浙江永康人,香港城市大学博士生,主要研究方向为多智能体协调控制。

关新平(1963-),男,黑龙江齐齐哈尔人,上海交通大学教授,主要研究方向为多智能体协调控制、通信网络拥塞控制等。